Ejercicios para el curso de Matemáticas del propedéutico corto

Quinta parte

Octavio Alberto Agustín Aquino

Universidad Tecnológica de la Mixteca

Última modificación: 01 de septiembre de 2020.

Abramson, sección 2.7: Linear Inequalities and Absolute Value Inequalities

---

Desigualdades lineales

Resuelva las siguientes desigualdades, escribiendo su respuesta final en forma de intervalo.

1. $4x - 7 \leq 9$.
2. $-\frac{1}{2}x \leq -\frac{5}{4} + \frac{2}{5}x$.
3. $\frac{x-1}{3} + \frac{x+2}{5} \leq \frac{3}{5}$.

Desigualdades con valor absoluto

Resuelva las siguientes desigualdades, escribiendo su respuesta final en forma de intervalo.

1. $|2x + 3| < 7$.
2. $|2x + 1| + 1 \leq 6$.
3. $|\frac{x-3}{4}| > 2$.

Conjuntos definidos por desigualdades

Defina, por medio de una desigualdad, el conjunto de valores definidos verbalmente.

1. Todos los puntos a distancia de 5 unidades del número 7.
2. Todos los puntos a distancia a lo más 10 unidades del número 4.
3. Todos los puntos a distancia mayor a $\frac{3}{2}$ unidad de distancia del número -3.

Desigualdades compuestas

Resuelva las siguientes desigualdades, escribiendo su respuesta final en forma de intervalo.

1. $-4 < 3x + 2 \leq 18$.
2. $3y \leq 5 - 2y \leq 7 + y$.
3. $x + 7 < x + 2$.

Desigualdades cuadráticas

Supongamos que queremos resolver una desigualdad cuadrática como

$$3x^2 + x < 2.$$

Lo primero es dejar un lado de la desigualdad igual a 0. En este caso, esto se puede lograr transponiendo

$$3x^2 + x - 2 < 0.$$

Ahora factorizamos

$$3x^2 + 3x - 2x - 2 = 3x(x+1) - 2(x+1) = (3x-2)(x+1) < 0$$

Lo que sigue es examinar las combinaciones de signos. Para que el producto de $3x - 2$ y $x + 1$ sea negativo se requiere que sean de signos contrarios; esto es, el primero positivo y el segundo negativo

$$3x - 2 > 0 \quad \text{y} \quad x + 1 < 0,$$

o el primero negativo y el segundo positivo

$$3x - 2 < 0 \quad \text{y} \quad x + 1 > 0.$$

En el primer caso

$$x > \frac{2}{3} \quad \text{y} \quad x < -1$$

lo cual no puede darse, pues x no puede ser al mismo tiempo estrictamente positivo y estrictamente negativo. En el segundo caso

$$x < \frac{2}{3} \quad \text{y} \quad x > -1$$

lo que corresponde al intervalo $(-1, \frac{2}{3})$. Éste último intervalo es el conjunto de soluciones de la desigualdad.

Resuelva las siguientes desigualdades cuadráticas

1. $x^2 + 5x + 6 \geq 0$.
2. $x^2 > 25$.
3. $x(2x + 7) \leq 4$.