Ejercicios para el curso de Matemáticas del propedéutico corto

Tercera parte

Octavio Alberto Agustín Aquino

Universidad Tecnológica de la Mixteca

Última modificación: 19 de agosto de 2020.

Abramson, sección 2.2: Linear Equations in One Variable

Resolución de ecuaciones lineales

Resuelva las siguientes ecuaciones para x (aquí si no es necesario justificar en términos de los axiomas). Si hay números racionales en los coeficientes, entonces la aritmética debe hacerse en los números racionales.

1. $7x + 2 = 3x - 9$.
2. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x = \frac{4}{3}$.
3. $\frac{2x}{3} - \frac{3}{4} = \frac{x}{6} + \frac{21}{4}$.

Resolución de ecuaciones con términos racionales

Para resolver una ecuación como

$$\frac{2}{3x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6x}$$

primero encontramos a todos los denominadores, en este caso $3x$, $\frac{1}{4}$ y $6x$. Luego, buscamos los valores donde se anulan estos denominadores, que son $x = 0$, ninguno y $x = 0$, respectivamente. Estos valores no formarán parte del conjunto solución. El menor común denominador de las fracciones donde aparecen es $12x$. Multiplicando a toda la ecuación por este denominador nos queda

$$12x\frac{2}{3x} = 12x\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6x}\right)$$

o sea

$$8 = 3x - 2$$

de modo que

$$x = \frac{8-2}{3} = \frac{6}{3} = 2.$$

Como este número no es nulo, entonces es una solución legítima y el conjunto solución de la ecuación es $\{2\}$.

Resuelva las siguientes ecuaciones con términos racionales.

1. $\frac{3}{x} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.
2. $2 + \frac{3}{x-4} = \frac{x+2}{x-4}$.
3. $\frac{3}{x-2} = \frac{1}{x-1} + \frac{7}{(x-1)(x-2)}$.

Aplicaciones de las ecuaciones lineales

1. Una companía telefónica hace un cargo mensual fijo de 20 dólares y de 0.10 dólares por minuto por llamada.
    1. Encuentre un modelo lineal de la forma $mx + b$, usando x para los minutos de llamadas utilizados al mes.
    2. Si una persona recibe un cargo de 25 dólares en un mes, ¿cuántos minutos de llamadas realizó en ese periodo?
2. Suponga que la renta de un automóvil implica dejar un monto en garantía de 15000 pesos y tiene un costo de 512 pesos por día, mientras que para otro tiene un monto en garantía de 14750 y un costo de 541 pesos por día. Si se va a usar dos semanas entonces ¿cuál automóvil debe utilizarse?

Abramson, sección 2.5: Quadratic Equations

Cuadráticas por factorización

Resuelva las siguientes ecuaciones cuadráticas por medio de una factorización.

1. $x^2 + 4x - 21 = 0$.
2. $2x^2 + 14x = 36$.
3. $\frac{x}{3} - \frac{9}{x} = 2$.

Cuádraticas por completación del cuadrado

Resuelva las siguientes ecuaciones cuadráticas por medio de completar el cuadrado. Muestre todos los pasos.

1. $2x^2 - 8x - 5 = 0$.
2. $x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = 0$.
3. $x^2 + 26x + m = 0$, donde m es tu mes de nacimiento. Para mí, por ejemplo, es $x^2 + 26x + 9 = 0$.

Discriminante

Calcule el discriminante de las siguientes ecuaciones cuadráticas. Indique cuántas soluciones tiene en términos de dicho discriminante y de qué tipo son. No las resuelva.

1. $2x^2 - 6x + 7 = 0$.
2. $2x^2 - 3x - 7 = 0$.
3. $9x^2 - 12x + 4 = 0$.

Fórmula cuadrática

Use la fórmula cuadrática para encontrar las soluciones. Si las soluciones no son reales, escriba "Ninguna solución es real".

1. $2x^2 + 5x + 3 = 0$.
2. $x^2 + 4x = -5$.
3. $4 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = 0$.

Aplicaciones de las ecuaciones cuadráticas

1. Un patio es 0.5 metros más largo que ancho, y su área total es de 3.36 metros cuadrados. Use una ecuación cuadrática para encontrar el largo y el ancho del patio.
2. Para un cierto automóvil, la carga por carretera c en newtons en términos de la velocidad v en kilómetros por hora está dada por

   $$c = 143.46 + 0.598v + 0.03v^2$$

   cuando la velocidad está entre 35 y 95 kilómetros por hora. Encuentre la velocidad a la que la carga por carretera es de 350 newtons.