

Ejercicios

Materia: Cálculo Integral para Ingeniería

Profesor: Octavio Alberto Agustín Aquino

Verano 2022

Ingeniería en Computación

Universidad Tecnológica de la Mixteca

Última actualización: 1 de septiembre de 2022

1. Calcule la suma de Riemann con $n = 4$ subdivisiones iguales en el intervalo $[0, 1]$ para la función $f(x) = 2 - x^2$, usando x_i^* como el punto medio de cada subintervalo. Construya la gráfica apropiada.
2. Usando la tabla de (anti)derivadas, encuentre una antiderivada de las siguientes funciones.
 - a) $f_1(x) = x^2 - \frac{1}{2}x$ en \mathbb{R} .
 - b) $f_2(x) = \frac{1}{x} + 1$ en $(0, \infty)$.
 - c) $f_3(x) = \cos(x) + \pi \sec^2(x)$ en $[0, \frac{\pi}{2})$.

3. Dada la integral definida

$$\int_0^b x^2 dx,$$

imite el procedimiento para calcular la suma de Riemann hecho para $\int_0^b x dx$ y obtenga una expresión para la suma de Riemann

$$\sum_{i=1}^n f(x_i^*) \Delta x_i$$

con $f(x) = x^2$.

4. Usando las fórmulas que tenemos hasta ahora para integrales definidas (es decir, para $\int_a^b x dx$ e $\int_a^b c dx$), encuentre

$$\int_{-2}^3 (\frac{1}{4}x + 5) dx.$$

5. Calcule las siguientes integrales definidas.

- a) $\int_{-1}^{-1} e^{-x^2} dx$.

- b) Si se sabe que $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$, calcule $\int_1^{-1} f(x) dx$.

- c) Si se sabe que $\int_{-2}^3 f(x) dx = -5$ y $\int_0^{-2} f(x) dx = 3$, calcule $\int_0^3 f(x) dx$.

6. Considerando el máximo M y el mínimo m de la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ en el intervalo $[1, 2]$, proporcione una cota inferior y otra cota superior para

$$\int_1^2 x^2 e^{-x} dx.$$

7. Considerando la función $f(x) = e^x - x$ en el intervalo $[-2, 1]$, encuentre un punto donde f alcance su valor medio en dicho intervalo.
8. Encuentre la integral indefinida más general.
- $\int (x^{3.1} + x^{-\sqrt{3}}) dx.$
 - $\int (1 + (\tan(x))^2) dx.$
 - $\int e^{x+1} dx.$
9. Evalúe las siguientes integrales
- $\int_1^8 \sqrt{x}(1+x) dx.$
 - $\int_0^{\pi/4} \frac{1+(\cos(x))^2}{(\cos(x))^2} dx.$
 - $\int_0^5 (\text{sen}(x) - e^x) dx.$
10. Evalúe las siguientes integrales indefinidas por medio de una sustitución apropiada.
- $\int x(x^2 + 1)^{50} dx.$
 - $\int \cos(\pi x) \cos(\text{sen}(\pi x)) dx.$
 - $\int \frac{e^{\tan(x)}}{(\cos(x))^2} dx.$
11. Evalúe las siguientes integrales definidas teniendo a través de una sustitución.
- $\int_0^{\sqrt{\pi/4}} x(\sec(x^2))^2 \tan(x^2) dx.$
 - $\int_0^{\pi/2} (\text{sen}(3x))^3 (\cos(3x)) dx.$
 - $\int_{-1}^1 (x^2 - 1)(x^3 - 3x)^{10} dx.$
12. Evalúe las siguientes integrales por medio de una sustitución trigonométrica.
- $\int \sqrt{x^2 - 1/4} dx.$
 - $\int x\sqrt{4 - x^2} dx.$
 - $\int \frac{1}{x^2(1+x^2)} dx.$
13. Evalúe las siguientes integrales por medio de una integración por partes.
- $\int (\ln(x))^2 dx.$
 - $\int (\text{sen}(x))^2 dx.$
 - $\int_{\pi/3}^{\pi/2} e^{-x} \cos(x) dx.$
14. Use el método tabular para evaluar las siguientes integrales.
- $\int x^4 \text{sen}(\pi x) dx.$

b) $\int x^5 e^{-x/2} dx$.

15. Evalúe las siguientes integrales expandiendo por fracciones parciales.

a) $\int \frac{2x+1}{x^2+6x+5} dx$.

b) $\int \frac{x^4}{9x+x^3} dx$.

c) $\int \frac{dx}{(x-1)^2(x^2-x+3)^2}$.

16. Bosqueje el área encerrada por las siguientes curvas, decida si se integra respecto a x o a y y halle el área.

a) $y = \sin(x)$, $y = e^{x/5}$, en $[0, \pi]$.

b) $y^2 = x/2$, $y^2 = 4x - 8$.

17. La tasa de natalidad de una población es $b(t) = 2400e^{0.024t}$ y la de mortalidad es $d(t) = 2150e^{0.020t}$ (ambas en personas/año). Encuentre el área entre las curvas en el intervalo $[0, 10]$. ¿Qué representa esta área?

18. Calcule el volumen del sólido cuya base está delimitada por $y = 1 - x^2$ y el eje horizontal, y cuyos cortes transversales perpendiculares al eje de las abscisas son cuadrados.

19. Calcule el volumen del sólido de revolución que resulta de hacer girar la curva $y = x - x^3$ alrededor del eje de las abscisas y luego alrededor del eje de las ordenadas (delimitado el último con el eje de las abscisas).

20. a) Un banderín triangular de papel de 1.5 m de longitud y 0.8 m en la parte más alta cuelga de una casa. ¿Cuánta energía se necesita para recogerlo hacia la azotea? La densidad del papel es 0.28 kg/m^2 .

- b) Un tanque esférico de 2.5 m de radio está lleno de agua a una altura de 4 m. Calcule la energía necesaria para vaciarlo si el agua se extrae por un orificio en la parte de arriba.