

Ejercicios

Materia: Cálculo Integral para Ingeniería

Profesor: Octavio Alberto Agustín Aquino

Verano 2021

Ingeniería en Computación

Universidad Tecnológica de la Mixteca

Última actualización: 10 de septiembre de 2021

1. Suponga que un objeto se mueve en una línea recta de modo que su velocidad al tiempo t está dada por $v(t) = 2t - 2$, y que en el momento $t = 1$ se encuentra en la posición 5. Subdividiendo al intervalo en 5 y 10 partes, estime la posición del objeto en el momento $t = 2$.
2. Sea $f(x) = x^2 + 2x + 3$. Aproxime el área bajo la curva entre $x = -1$ y $x = 2$ usando 4 rectángulos y luego 8 rectángulos, tomando como puntos muestras los extremos izquierdos de cada subintervalo. Construya las gráficas que ilustran ambas sumas de Riemann.
3. Encuentre una antiderivada de la función $f(x) = 18x - 12$. Demuestre que la función $F(x) = (3x - 6)(3x + 2)$ es también una antiderivada de f . ¿Contradice esto el teorema fundamental del cálculo? Explique.
4. Usando el teorema fundamental del cálculo, encuentre el área bajo la gráfica de la función $f(x) = -2 + 3x - x^2$ en el intervalo $[0, 2]$.
5. Si $\int_1^5 f(x) dx = 12$ y $\int_3^5 f(x) dx = 3$, encuentre $\int_1^3 f(x) dx$.
6. Use las propiedades las integrales para explicar por qué

$$\int_{-1}^2 \frac{1}{1+x^2} dx \geq 0$$

y estime el valor de esta integral.

7. Un objeto se mueve de modo que su velocidad al tiempo t es $v(t) = t - \frac{t^2}{2} + 2$ en metros sobre segundo. Calcule su velocidad media \bar{v} en el intervalo $[0, 3]$ y encuentre todos los instantes de tiempo en los cuales alcanza tal velocidad media en el susodicho intervalo, según lo indica el teorema del valor medio.
8. Obtenga las siguientes integrales. Escriba con detalle su procedimiento.
 - a) $\int v(v^2 + 2)^3 dv$.
 - b) $\int_1^2 0.5x^{2.3} - 1.4x^{-\sqrt{5}/2} dx$.
 - c) $\int \left(x^2 + 1 + \frac{2}{x^2+1} \right) dx$.
 - d) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{sen}(2x)}{\text{sen}(x)} dx$.

$$e) \int \left(1 + (\cot(\theta))^2 - \frac{e^\theta}{2} \right) d\theta.$$

9. Evalúe las siguientes integrales por medio de una sustitución. Proporcione los detalles de su procedimiento.

$$a) \int e^x \cos(e^x) dx.$$

$$b) \int \frac{z^3}{z^4+1} dz.$$

$$c) \int_0^{\sqrt{3}/2} \frac{\arcsen(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

10. Evalúe las siguientes integrales usando las sustituciones e identidades trigonométricas adecuadas. Proporcione los detalles de su procedimiento.

$$a) \int (\sen(x))^4 dx.$$

$$b) \int (\sen(x))^2 (\cos(x))^2 dx.$$

11. Evalúe las siguientes integrales por medio de una sustitución trigonométrica adecuada. Proporcione los detalles de su procedimiento.

$$a) \int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx.$$

$$b) \int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx.$$

12. Evalúe las siguientes integrales por partes. Proporcione todos los detalles.

$$a) \int x e^{-x} dx.$$

$$b) \int \ln(x) dx.$$

$$c) \int x \sen(x) \cos(x) dx.$$

13. Evalúe las siguientes integrales usando el método tabular para abreviar la integración por partes iterada.

$$a) \int x^3 e^{x/2} dx.$$

$$b) \int x^4 \sen(2x) dx.$$

14. Evalúe las siguientes integrales descomponiendo en fracciones parciales; escriba con detalle cómo obtuvo la descomposición.

$$a) \int \frac{1}{9-x^2} dx.$$

$$b) \int \frac{x^3-1}{4-x^2} dx.$$

15. Evalúe las siguientes integrales descomponiendo en fracciones parciales; escriba con detalle cómo obtuvo la descomposición.

$$a) \int \frac{x}{x^2+10x+21} dx.$$

$$b) \int \frac{x}{x^3-5x^2+8x-4} dx.$$

16. Evalúe las siguientes integrales, teniendo en cuenta que el denominador es un polinomio irreducible en \mathbb{R} .

a) $\int \frac{1}{x^2+10x+29} dx.$

b) $\int \frac{x+1}{x^2+2x+3} dx.$

17. Encuentre el área acotada por las gráficas de los siguientes pares de funciones.

a) El par $y = \sin(x) \cos(x)$, $y = \sin(x)$, en el intervalo $[0, \pi]$.

b) El par $y = x^2 - 2x$, $y = 2 - x$.

18. Encuentre el volumen del sólido de revolución obtenido al hacer girar la región acotada por $\sqrt{\sin(x) + 1}$ entre 0 y $3\pi/2$ y el eje x alrededor del eje x .

19. Encuentre el volumen del sólido de revolución obtenido al hacer girar la región acotada por $\arctan(x)$ entre 0 y $\pi/4$ y el eje x alrededor del eje y .

20. La integral $\int_1^\infty e^{-2x} dx$ ¿converge o diverge? Justifique su respuesta con algún criterio adecuado. Si converge, entonces calcule su valor.

21. La integral $\int_0^1 \frac{1}{x^{1/e}} dx$ ¿converge o diverge? Justifique su respuesta con algún criterio adecuado. Si converge, entonces calcule su valor.

22. Evalúe la integral $\int_0^\infty x^3 e^{-x^4} dx.$