

Ejercicios

Cálculo Integral para Ingeniería

(como si los ingenieros necesitaran un curso aparte)

Verano 2020

Ingeniería en Computación

Última actualización: 01 de septiembre de 2020.

1. Sea $f(x) = x^2 + 3x + 2$. Por medio de una suma de Riemann, aproxíme el área bajo la gráfica entre 1 y 3, usando cuatro, ocho y dieciséis subdivisiones idénticas. Dibuje la gráfica y los rectángulos.
2. Encuentre la antiderivada de $\frac{3}{2}x^2 + 1$. Explícite todos los pasos.
3. Encuentre la antiderivada de $(x - 2)^6$. Explícite todos los pasos.
4. Compute el valor de $\int_0^{3\pi} \sin(t) dt$. Explícite todos los pasos.
5. Compute el valor de $\int_0^{\pi/4} 1 + (\sec(x))^2 dx$. Explícite todos los pasos.
6. Compute el valor de $\int_0^{5\pi} e^x dx$. Explícite todos los pasos.
7. Compute el valor de $\int_{1/2}^{10} \frac{1}{x} dx$. Explícite todos los pasos.
8. Encuentre las siguientes antiderivadas o evalúe las integrales definidas, según corresponda, usando sustituciones adecuadas.
 - a) $\int (\cos(x))^3 \sin(x) dx$.
 - b) $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
 - c) $\int_{-1}^1 (x^5 - 2)(x^6 - 12x)^{12} dx$ (¡ni siquiera piensen en expandir el polinomio!).
9. Evalúe las siguientes integrales por partes. El modelo a seguir para las respuestas es el libro de Arizmendi, pp. 348-349.
 - a) $\int \ln(x^2 + 1) dx$.
 - b) $\int x \exp(-x/2) dx$.
 - c) $\int (\sec(x))^3 dx$.
10. Evalúe las siguientes integrales de funciones racionales expandiendo, si es necesario, en fracciones parciales. El modelo a seguir para las respuestas es el libro de Arizmendi, pp. 368-371.
 - a) $\int \frac{2}{x^2 - 2x} dx$.
 - b) $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1} dx$.
11. Encuentre la derivada de las siguientes funciones (tenga en cuenta el teorema fundamental del cálculo).

a) $G(x) = \int_1^x t^3 - 2t \, dt.$

b) $G(x) = \int_0^{x^2} e^{t^2} \, dt.$

12. Encuentre un punto c tal que si $f(x) = 3x^2 + x + 1$ entonces

$$\int_{-1/2}^{3/2} f(x) \, dx = (3/2 - (-1/2))f(c) = 2f(c).$$

Grafique la función en el intervalo y el punto $(c, f(c))$ y la recta horizontal que pasa por este punto. Antes de preguntar cualquier cosa, es necesario que calcule la integral del miembro izquierdo.

13. a) Encuentre la longitud de arco de la gráfica de la función $f(x) = x^{3/2}$ en el intervalo $[1, 3/2]$.
 b) Sea $a > 0$. Demuestre que la longitud de arco de la gráfica de la función $f(x) = \cosh(x)$ en $[0, a]$ es $\int_0^a \cosh(x) \, dx$.
14. Encuentre el volumen del sólido de revolución que resulta de hacer girar la región delimitada por la función $f(x) = 4(x - x^2)$ y el eje horizontal alrededor del eje horizontal. Bosqueje la forma del sólido.
15. Determine si convergen o divergen las siguientes integrales. Si convergen, entonces determine su valor.

a) $\int_{-1}^{\infty} x^2 + 2x - 1 \, dx.$

b) $\int_2^{\infty} \frac{1}{x^{\ln(4)}}, \, dx.$

c) $\int_0^{1/2} \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}} \, dx.$

16. ¿Es convergente la integral

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin(x)^2}{x^2} \, dx?$$

Justifique su respuesta.