

Ejercicios extra

Materia: Análisis de Fourier y Armónico
Profesor: Octavio Alberto Agustín Aquino
Semestre 2022-2023 A
Licenciatura en Matemáticas Aplicadas
Universidad Tecnológica de la Mixteca
Última actualización: 1 de febrero de 2023

1. Demuestre el teorema de los cinco incisos. El grupo abeliano en cuestión para calcular las transformadas de Fourier es $A = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

a) Se cumple que

$$\hat{\mathbf{1}}_{\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}}(\ell) = \sqrt{n}[\ell = 0].$$

b) Dado $S \subseteq \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, se satisface para $\ell \neq 0$ que

$$\hat{\mathbf{1}}_{\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \setminus S}(\ell) = -\hat{\mathbf{1}}_S(\ell)$$

c) Dado $S \subseteq \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, se satisface que

$$\hat{\mathbf{1}}_S(0) = \frac{|S|}{\sqrt{n}}.$$

d) Definiendo $S + p := \{x + p : x \in S\}$, se satisface que

$$\hat{\mathbf{1}}_{S+p}(\ell) = e^{-2\pi i \ell p/n} \hat{\mathbf{1}}_S(\ell).$$

e) Definiendo $-S := \{-x : x \in S\}$, se satisface que

$$\hat{\mathbf{1}}_{-S}(\ell) = \overline{\hat{\mathbf{1}}_S(\ell)}.$$

2. a) En $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$ calcule los conjuntos MR dados por

$$J_{3,8}^6(\{0, 1, 2\}) \quad \text{y} \quad J_{5,8}^2(\{0, 1, 2, 3, 4\}).$$

b) En el video

<https://www.youtube.com/watch?v=qLa9ck-ez7o>

vea, escuche y practique a los conjuntos anteriores como ritmos en 8 tiempos correspondientes al *tresillo* y *cinquillo*, respectivamente.

c) Calcule las transformaciones de Fourier de sus funciones características y compruebe que dan el máximo para $d = 3$ y $d = 5$ (sin contar a $d = 0$).

d) Escuche

- 1) Ranks, S. (1990). Dem Bow. En Just Reality.
- 2) Ayala, R. y Ávila, E. (2004). Gasolina. En Barrio Fino.
- 3) Fonsi, L. et al. (2017). Despacito. En Vida.

- 4) Martínez Ocasio, B. A. (2020). Yo perreo sola. En YHLQMDLG.
- 5) Piazzolla, A. (1974). Libertango [grabado por Ma, Y.]. En Soul of the Tango.
- 6) Piazzolla, A. (1965). Milonga del ángel [grabada por Ma, Y.]. En Soul of the Tango.

En las primeras cinco diga el minuto donde se escuche con claridad el ritmo de tresillo. En la última, trate de detectar el cinquillo.