

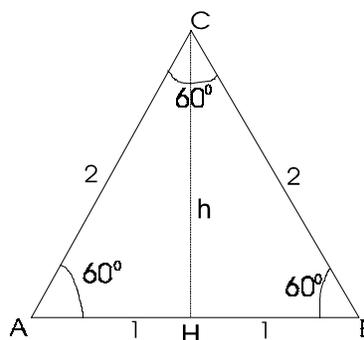
Una forma alternativa de calcular el seno y el coseno para ángulos de 0° , 30° , 45° , 60° y 90°

En la naturaleza muy frecuentemente se encuentran presentes las funciones seno y coseno, por ejemplo en los voltajes, ondas electromagnéticas, etc. Los ángulos de 0° , 30° , 45° , 60° y 90° aparecen frecuentemente en los cálculos, por lo que la presente *forma alternativa* nos proporciona una manera de recordar sus valores, sin que tengamos que recurrir a realizar una serie de operaciones demasiado tediosas.

Forma usual

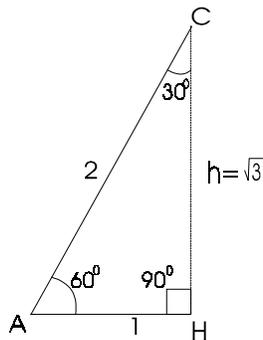
La forma usual de calcular los valores exactos de 0° , 30° , 45° , 60° y 90° para el seno y el coseno es la siguiente:

- Para 30° y 60° se considera el siguiente triángulo equilátero ABC, donde cada ángulo mide 60° y cada uno de sus lados miden 2:



Ahora tracemos la altura h correspondiente al vértice C. El triángulo ABC queda dividido en dos triángulos rectángulos iguales AHC y BHC cuyos ángulos agudos miden 60° y 30° respectivamente.

Consideremos uno de ellos, por ejemplo AHC, tenemos que:

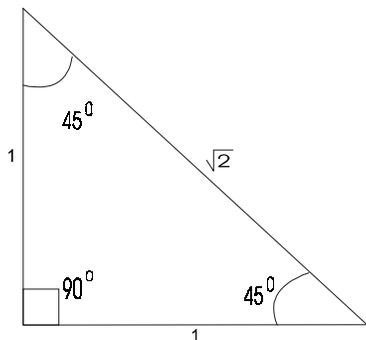


$A=60^\circ, C=30^\circ, H=90^\circ$ y la hipotenusa $AC=2$
 cateto $AH=1$ por ser la mitad de AB
 y por el teorema de Pitágoras $h= \sqrt{3}$

de acuerdo con las definiciones trigonométricas para seno y coseno tenemos que:

$$\begin{aligned} \text{sen } 60^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} & \text{sen } 30^\circ &= \frac{1}{2} \\ \text{cos } 60^\circ &= \frac{1}{2} & \text{cos } 30^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

- Para 45° se considera el siguiente triángulo rectángulo, cuyos catetos son iguales y miden 1, y cuyos ángulos agudos son también iguales y miden 45° :



Por el teorema de Pitágoras podemos deducir que la hipotenusa es igual a $\sqrt{2}$.

Ahora, de acuerdo con las definiciones de razones trigonométricas tenemos que:

$$\text{sen } 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{y} \quad \text{cos } 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

o bien racionalizando tenemos que:

$$\text{sen } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{y} \quad \text{cos } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- Para 0° y 90° por definición tenemos que:

$$\begin{aligned} \text{sen } 0^\circ &= 0 & \text{sen } 90^\circ &= 1 \\ \text{cos } 0^\circ &= 1 & \text{cos } 90^\circ &= 0 \end{aligned}$$

Todo lo anterior se resume en la siguiente tabla:

α	0°	30°	45°	60°	90°
sen α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

Forma Alternativa

A continuación describimos una forma alternativa de calcular estos valores.

Esta forma permite recordar fácilmente los valores exactos de seno y coseno de los ángulos $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ y 90°

Paso 1: asignar 0, 1, 2, 3, 4 a los ángulos anteriores, respectivamente.

Paso 2: dividir entre el mayor que es 4.

Paso 3: extraer la raíz cuadrada.

$$0^\circ \quad 30^\circ \quad 45^\circ \quad 60^\circ \quad 90^\circ$$

Paso 1. 0 1 2 3 4

Paso 2. 0 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ 1

Paso 3. 0 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 1

De lo anterior concluimos que el seno α se obtiene de izquierda a derecha y en sentido opuesto obtenemos el coseno α .

seno α

0°	30°	45°	60°	90°
0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
90°	60°	45°	30°	0°

coseno α

Alejandro Ruiz Figueroa
Universidad Tecnológica de la Mixteca