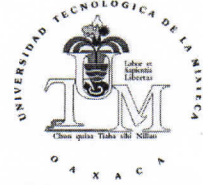


Instituto de Física y Matemáticas
Registro de Proyectos de Investigación 2020



Antes de proporcionar la información solicitada, lea cuidadosamente cada uno de los rubros que contiene el presente formato de registro, ya que, en caso de presentarse incompleta, la solicitud le será rechazada.

FECHA DE ELABORACIÓN

28

02

2020

DÍA

MES

AÑO

Institución: Universidad Tecnológica de la Mixteca

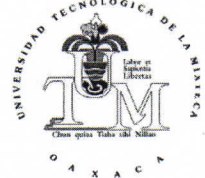
| | |
|--|--|
| Responsable del Proyecto: Dr. Emmanuel Abdías Romano Castillo Correo electrónico: aromano@mixteco.utm.mx Nivel S.N.I. : | Título del Proyecto Identificación de parámetros en modelos matemáticos, análisis de la tasa de crecimiento del modelo de Malthus y la permitividad en tomografía de capacitancia. |
| Nombre de la Licenciatura o Posgrado involucrado: Lic. en Matemáticas Aplicadas | Línea de investigación o de trabajo Modelación matemática |
| Tipo de investigación Básica () Aplicada (X) Desarrollo Tecnológico () Educativa () | |
| Fecha de inicio del proyecto 28,02,2020 DÍA, MES, AÑO | Fecha de término del proyecto 14,07,2020 DÍA, MES, AÑO |
| Institución que apoya al proyecto económicamente: Ninguna | |
| Mencione si este proyecto fue presentado en la Convocatoria de Investigación Científica y Tecnológica () Si (X) No Año _____ | |

Nombre de los profesores colaboradores

| | |
|---|---|
| 1. Dr. Silvia Reyes Mora | 3. |
| 2. | 4. |
| Formación de Recursos Humanos. Metas esperadas (Cuantitativo): Ninguna | Productividad Académica Metas esperadas (Cuantitativo): Publicación de la investigación en la Revista Temas. |
| Licenciatura (No. a titular): 0 Maestría (No. a titular): 0 Doctorado (No. a titular): 0 Estudiantes de licenciatura en el proyecto: 0 | Artículos científicos en revistas indizadas: 0 Artículos de divulgación: 1 Memorias en extenso en congresos nacionales: 0 Memorias en extenso en congresos internacionales: 0 Libros: 0 Capítulos de libros: 0 Prototipos: 0 Patentes: 0 |



Instituto de Física y Matemáticas
Registro de Proyectos de Investigación 2020



| | |
|--|---|
| <p align="center">Profesor-Investigador Responsable Dr. Emmanuel Abdías Romano Castillo</p> <p align="center"> Nombre y Firma</p> | <p align="center">Directora del Instituto de Física y Matemáticas</p> <p align="center"> Dra. Silvia Reyes Mora Nombre y Firma</p> |
|--|---|

DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

1 Resumen

En la presente investigación se discute el problema de identificación de los parámetros que aparecen en modelos matemáticos, de modo que la correcta aplicación es fundamental para que los modelos representen mejor la realidad del sistema. El punto de partida es la formulación operacional y el análisis de del parámetro de crecimiento del modelo de Malthus, este corresponde a un problema bien planteado en sentido de Hadamard. Más tarde se abordara el problema de identificación de la permitividad $\varepsilon(x, y)$ en un medio dieléctrico y corresponde al parámetro en la ecuación $div(\varepsilon(x, y) \nabla u(x, y)) = 0$, que se encuentra a partir del conocimiento de las capacitancias mutuas; lo cual conduce a el mal planteamiento del problema y los métodos clásicos y recientes para su determinación, se realizará una revisión del estado actual en la construcción de tomógrafos de capacitancia a nivel mundial., el papel de México y las investigaciones alrededor de este tema; por lo que señalaremos la necesidad de aplicar nuevos métodos de regularización para recuperar soluciones estables.

2 Antecedentes científicos.

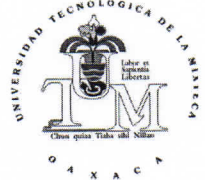
La necesidad del uso de modelos matemáticos para resolver problemas prácticos, por sus ventajas de no ser invasivo, su bajo costo y su utilidad para explicar o predecir sistemas desde los más simples hasta los más complejos, ha hecho que sean utilizados cada vez más para resolver problemas que surgen en sus distintas áreas del conocimiento. Las variables más significativas que se toman en cuenta al elaborar los modelos matemáticos, son los parámetros más importantes que influyen en la dinámica del sistema; estos parámetros son de dos tipos, aquellos que se pueden medir con aparatos como la temperatura de un medio; o aquellos que se pueden calcular o aproximar a través de mediciones indirectas, como por ejemplo la temperatura de alguna estrella o la densidad de algún hueso del cuerpo humano.

En Aster et al., (2005), se puede encontrar una gran cantidad de problemas de identificación de parámetros en modelos matemáticos. La mayoría de las veces, los parámetros que aparecen en los modelos matemáticos son desconocidos, por ello se deben calcular o aproximar; más aún, en algunos sistemas el objetivo principal es encontrar una expresión analítica o numérica de algún parámetro del modelo, debido a que representa alguna característica física del medio que se desea conocer. Por ejemplo, en el modelo de Malthus, se busca encontrar el parámetro que representa la tasa de crecimiento de una población específica o en el modelo de la Tomografía de rayos X, el parámetro que se busca es la densidad de un corte transversal del cuerpo que se está estudiando.

Existen problemas importantes que no se deben pasar por alto cuando se proponen métodos para encontrar parámetros de modelos matemáticos; sobre todo cuando los modelos matemáticos son determinísticos ya que existen problemas que son mal planteados en sentido de Hadamard (Kirsch, 2011), aquellos en que la solución no dependa de manera continua de los datos de entrada del modelo; es decir, que a pequeños cambios en los datos de entrada del modelo, se generen grandes cambios en la identificación del parámetro. Principalmente por esta razón, es muy importante proponer métodos de



**Instituto de Física y Matemáticas
Registro de Proyectos de Investigación 2020**



solución del problema de identificación, que consideren el mal planteamiento de esos problemas, para que la solución obtenida sea estable y lo más cercana a la solución real.

3 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo, es llamar la atención sobre el problema de la obtención de los parámetros de un modelo matemático, ya que la correcta identificación de los mismos, proporcionará un modelo más cercano a la realidad del sistema. Además, daremos un panorama de los avances que se tienen para determinar la permitividad de un medio, a partir de mediciones de capacitancia eléctrica.

4 Metas

Se esperará la obtención de (uno) artículo de divulgación.

| Meta | Fecha de cumplimiento | Observaciones |
|--------------------------|-----------------------|------------------|
| Artículos de divulgación | 13 julio de 2020 | En revista Temas |

5 Justificación

Como se ha adelantado en la introducción, los problemas de identificación de parámetros pueden ser bien o mal planteados en sentido de Hadamard. Matemáticamente, la noción de un problema bien planeado es como sigue (Kirsch, (2011):

Definición: Sean X y Y espacios normados, $K : X \rightarrow Y$ un operador lineal o no lineal. El problema de encontrar $x \in X$, a partir del conocimiento de K y y en la ecuación $Kx = y$ se llama bien planteado si se cumplen las siguientes condiciones:

1. (Existencia y unicidad) Para cada $y \in Y$, existe un único $x \in X$ tal que $Kx = y$.
2. (Estabilidad) La solución $x \in X$ depende de manera continua de los datos $y \in Y$; esto es, para cada sucesión $x_n \in X$, tal que $Kx_n \rightarrow Kx$ se cumple que $x_n \rightarrow x$. Esto equivale a decir que el operador inverso es continuo.

Si un problema no cumple alguna de las dos condiciones anteriores, se dice que es mal planteado en sentido de Hadamard, por lo que se necesita usar la regularización para encontrar una aproximación a la solución real, que no tenga problemas de estabilidad. Para evidenciar la necesidad de analizar el buen o mal planteamiento de un problema inverso de identificación de parámetros en un modelo, iniciamos citando al modelo matemático de Malthus, que es un clásico pero que se continúa utilizando para modelar distintos tipos de sistemas dinámicos tanto discretos como continuos en distintas áreas del conocimiento; como el crecimiento de la población de bacterias, aumento en el uso de teléfonos celulares en una determinada región, el crecimiento en el número de artículos publicados sobre un tema en particular.

Sustente la realización de su proyecto respecto a la magnitud del problema, la trascendencia de su estudio, su factibilidad, vulnerabilidad e impacto social, congruencia con las líneas de investigación (individuales y/o de CA) e impacto en el programa educativo, máximo dos cuartillas.

6 Metodología

Posteriormente presentaremos información actual y relevante, acerca del problema de identificación de la permitividad eléctrica para la Tomografía de Capacitancia Eléctrica (TCE), de los algoritmos de reconstrucción de imágenes tomográficas y de los tomógrafos disponibles en el mercado.

Iniciamos con el problema de identificación del parámetro de tasa de crecimiento del modelo de Malthus, cuya deducción, suposiciones, solución e interpretación de la solución del modelo matemático de Malthus aplicado a dinámica poblacional, describe muy bien Miramontes et al., (2004). Este modelo matemático consiste del problema de valor inicial:

$$\frac{dP}{dt} = rP, P(t_0) = P_0$$

donde r es la tasa de crecimiento relativo instantáneo per-cápita de la población $P(t)$.

Este modelo es citado en este trabajo, debido a que permite analizar el buen planteamiento en sentido de Hadamard, así como los métodos para identificar el parámetro r , cuando se tienen datos reales y que en la mayoría de las ocasiones tienen algún error.

Hasta ahora, hemos probado que el problema de determinar el parámetro r es bien planteado, en adelante vamos a utilizar el modelo de Malthus para determinar aproximaciones al parámetro de crecimiento de la población de infectados por el coronavirus COVID-19, con el fin de analizar el comportamiento de las predicciones del modelo para distintas aproximaciones del parámetro r y de ilustrar el buen y mal planteamiento tanto del problema directo como del problema inverso. Aclaramos que nuestro objetivo no es proponer un modelo matemático que explique y prediga el comportamiento de la población de infectados por este coronavirus, ya que para ello existen múltiples modelos mucho mejores que el Malthusiano (El Comercio. 2020), sino ilustrar el impacto que tiene el valor del parámetro en el resultado final de las predicciones dadas por el modelo.

7 Programa de actividades, calendarización

Conforme a las etapas que integran el desarrollo de su proyecto, enliste las actividades a realizar y calendarice indicando periodos, de acuerdo al Cuadro No 1.

Cuadro No. 1

| No. | Actividad | Periodo de realización | | Justificación |
|-----|---|--------------------------|---------------------|--|
| | | (fecha inicio y término) | | |
| 1. | Recopilación de información | 28/02/2020 | hasta 28/03/2020 | Disponibilidad de información |
| 2. | Modelo de Malthus y el buen planteamiento | 28/03/2020 | hasta 28/04/2020 | Análisis del buen planteamiento de modelos y mal planteamiento |
| 3. | Uso de tres modelos para identificar el parámetro | 28/04/2020 | hasta 28/05/2020 | Comparación del parámetro |
| 4. | Simulaciones | 28/04/2020 | hasta 28/05/2020 | Comparación de resultados y predicción |
| 5. | Redacción de artículo | 28/04/2020 | hasta 28/05/2020 | Presentación de resultados |

8 Productos entregables

Publicación del artículo de divulgación en revista Temas de la UTM.

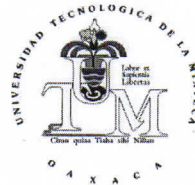
9 Vinculación

Los beneficiarios potenciales, son los estudiantes de pretendan formular modelos matemáticos y determinen si se enfrentan a un modelo bien planteado o en su defecto a un modelo mal planteado y las alternativas de solución. Este tipo de estudio se puede extender a otros modelos en ecuaciones diferenciales.

10 Referencias



Instituto de Física y Matemáticas Registro de Proyectos de Investigación 2020



Alcalá-Vallejo, A. (2017). *Un algoritmo de inversión basado en ecuaciones integrales para resolver el problema inverso de Tomografía de Capacitancia Eléctrica para flujos bifásicos*. Maestría en Modelación Matemática. Universidad Tecnológica de la Mixteca.

Aster, R., Borchers, B. and Trong, D. (2005). *Parameter Estimation and Inverse Problems*. California: Elsevier Academic Press.

Bautista, R., Martínez, J. y Miramontes, P. (2004). *Las matemáticas y su entorno*. México: Siglo veintiuno editores.

El comercio. (2020). el comercio.com. Quito, Ecuador. elcomercio.com: Recuperado de: <https://www.elcomercio.com/tendencias/matematicas-prediccion-epidemia-coronavirus-muertes.html>

Fraguela, A., Oliveros, J., Cervantes, L., Morín, M. y Gómez, S. (2005). Un algoritmo no iterativo para la tomografía de capacitancia eléctrica. *Revista Mexicana de Física*, (51(3)), pp.236-242.

Gisanddata.maps.arcgis.com. (2020). [online] Disponible en: <https://gisanddata.maps.arcgis.com/> [Recuperado 20 Feb. 2020].

Kirsch, A. (2011). *Inverse problems*. New york: Springer.

Reyes-Mora, S. (2004). *Construcción de un problema sintético de tomografía de capacitancias para un flujo dieléctrico bifásico anular en un ducto*. Licenciatura en Matemáticas. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

Reyes-Mora, S. (2007). *Cálculo de capacitancias mutuas para el caso de un fluido bifásico anular dieléctrico con una inclusión circular*. Maestría en Ciencias Matemáticas. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

Reyes-Mora, S., Fraguela-Collar, A. and Romano-Castillo, E. (2012). Mathematical development of the obtaining of the minimal area, of a detectable unhomogeneity for the equipment of measurement of capacitances, for a two-phase flow to annul in a duct. *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*, (3) 2), pp.475-484.

Siga.impi.gob.mx. (2020). *Búsqueda—SIGA*. [online] Disponible en: <https://siga.impi.gob.mx/newSIGA/content/common/principal.jsf> [Consultado 20 Feb. 2020].

Wipo.int. (2020). *PATENTSCOPE*. [online] Disponible en: <https://www.wipo.int/patentscope/es/> [Recuperado 20 Feb. 2020].

Yang, W. y Luhui, P. (2003). Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography. *Meas. Sci. Technol.* 14 (2003).

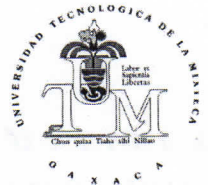
LUGAR(ES) EN DONDE SE VA A DESARROLLAR EL PROYECTO

Lugar: Instituto de Física y Matemáticas, en el cubículo del Dr. Emmanuel Abdías Romano Castillo.

INFRAESTRUCTURA



Instituto de Física y Matemáticas Registro de Proyectos de Investigación 2020



Consulta de datos en sitio web mencionado arriba, descarga de libros en el sitio <http://gen.lib.rus.ec/> , uso de computadora para hacer simulaciones.