



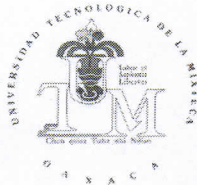
**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA**  
**Instituto de Física y Matemáticas**  
**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN INTERNO 2021**

**FECHA DE ELABORACIÓN**     
DÍA MES AÑO

<b>Título del proyecto:</b> Conexiones y lazos en gravedad cuántica modificada	
<b>Responsable del Proyecto:</b> Dr. Ricardo Rosas Rodríguez	
<b>Línea de investigación y aplicación del conocimiento:</b> Gravitación y Física Matemática	
<b>Fecha de inicio del proyecto</b> 01/10/2018 <small>DIA, MES, AÑO</small>	<b>Fecha de término del proyecto</b> 31/12/2022 <small>DIA, MES, AÑO</small>
<b>Nombre de la Licenciatura, Ingeniería o Posgrado beneficiado:</b> Doctorado en Modelación Matemática, Ing. en Física Aplicada	

<b>Tipo de investigación:</b> Básica ( <input checked="" type="checkbox"/> ) Aplicada ( <input type="checkbox"/> ) Desarrollo Tecnológico ( <input type="checkbox"/> ) Educativa ( <input type="checkbox"/> )
<b>Mencione si este proyecto ha sido presentado en alguna convocatoria para obtener financiamiento externo</b> ( <input type="checkbox"/> ) Si, nombre de la convocatoria: _____ ; ( <input checked="" type="checkbox"/> ) No.
<b>Institución que apoya al proyecto económicamente:</b>

<b>Nombre de los profesores colaboradores y procedencia</b>	
1. M.C. Juan Ramón Tijerina González	3.
2.	4.
<b>Nombre de los estudiantes participantes en el proyecto, indicando la institución a la que pertenece:</b> C. Fernando Pedro Ocaña García, Ing. en Física-Aplicada, UTM (Titulado)	
<b>Profesor-Investigador Responsable:</b> Dr. Ricardo Rosas Rodríguez  <b>Nombre y Firma</b>	<b>Recibe</b>  <b>Dra. Silvia Reyes Mora</b> <b>Directora del Instituto de Física y Matemáticas</b>



**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA**  
**Instituto de Física y Matemáticas**  
**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN INTERNO 2021**

**CONEXIONES Y LAZOS EN GRAVEDAD CUÁNTICA MODIFICADA**

**1 Resumen**

Hace algunos años K. Krasnov [1, 2, 3, 4] introdujo una familia de teorías de gravedad modificadas. La esencia de estas teorías es reemplazar la **constante** cosmológica por una **función** cosmológica (que depende de la curvatura del espaciotiempo) en la construcción Hamiltoniana de la representación de conexiones de Ashtekar [5, 6, 7, 8]. Así, la relatividad general (RG) de Einstein es un ejemplo particular de estas nuevas teorías. Como supone Krasnov en sus artículos, se espera que las teorías modificadas conduzcan a un mejor entendimiento de lo que es el **cuanto fundamental de espaciotiempo**.

La idea en este trabajo de tesis es estudiar las teorías modificadas de Krasnov a nivel cuántico. En la formulación de conexiones trataremos de probar si el estado de Chern-Simons [9, 10, 11, 12] es aún una solución de dichas teorías o debe éste modificarse de alguna manera también. El siguiente paso es tratar de llevar las nuevas teorías a la representación de lazos y ver si las soluciones conocidas (como el polinomio de Jones [13]) para las ecuaciones diferenciales que resultan son aún adecuadas o deben generalizarse también de alguna manera.

**2 Antecedentes científicos.**

Partiremos del hecho de que para la RG el estado de Chern-Simons es una solución a las constricciones cuánticas cuando la constante cosmológica es diferente de cero en la formulación de conexiones de Ashtekar. A nivel de la formulación de lazos usaremos como hipótesis que el polinomio de Kauffman es una solución a las constricciones cuánticas de la RG, también cuando la constante cosmológica no es cero. Un hecho adicional es que el polinomio de Kauffman puede obtenerse como la transformada de lazo del estado de Chern-Simons.

Con todo esto veremos qué tan viable es la generalización de estas dos soluciones conocidas a teorías modificadas de gravedad, donde la constante cosmológica se cambia por una función cosmológica de la curvatura espaciotemporal.

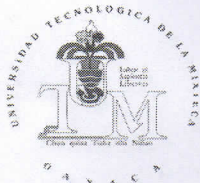
Note que el paso no es tan directo, ya que al tener una función en lugar de una constante implica el tener que derivar ésta cuando se le apliquen las constricciones cuánticas (como operadores diferenciales) a la funcional de onda. El problema se ha bosquejado ya en [12], a nivel de conexiones.

**3 Objetivos**

El objetivo principal es verificar si el estado de Chern-Simons y el polinomio de Kauffman son soluciones a las teorías de gravedad modificadas de Krasnov, o debemos generalizar dichas soluciones de alguna manera.

Los objetivos particulares son aprender las formulaciones de conexión y de lazos de gravedad canónica clásica y cuántica, además de teoría de nudos (necesaria para el estudio de los estados de gravedad cuántica, como el polinomio de Kauffman), para su implementación en las teorías modificadas de gravedad.

**4 Justificación**



**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA**  
**Instituto de Física y Matemáticas**  
**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN INTERNO 2021**

El tratamiento de cuantización del campo gravitacional a través de los formalismos Lagrangiano y Hamiltoniano tradicionales ha resistido por al menos 90 años [7]. Se han creado distintos enfoques que tratan de resolver el problema, el más conocido es el de **teoría de cuerdas**, el cual es muy ambicioso, ya que pretende unificar todas las fuerzas de la naturaleza y hace uso de términos tan exóticos como el de que las partículas ya no son puntuales, sino tipo cuerdas, además de que supone que la dimensión del espacio tiempo es mayor a cuatro. Los problemas que enfrenta la teoría de cuerdas son muy diversos y son abordados de una manera sencilla y clara en los libros de Smolin [14] y de Penrose [15].

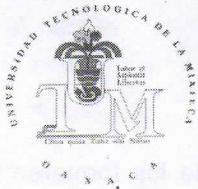
Otro enfoque, menos popular pero no tan ambicioso, para cuantizar el campo gravitacional es el de la **teoría de lazos** propuesto por Rovelli y Smolin [16, 17], el cual se basa en las variables de conexión de Ashtekar para el campo gravitacional [5, 6, 7, 8]. Este enfoque hace uso de la holonomía como variable de campo, la cual es una invariante de norma y está relacionada con la curvatura de la conexión [10, 11]. El álgebra (llamada pequeña) de los paréntesis de Poisson fundamentales de estas variables resulta ser no canónica y uno debe extender el número de variables para que todo sea consistente con la teoría. Sin embargo, el programa de gravedad cuántica de lazos es criticado a menudo por elevar la RG a un estatus fundamental aún a la escala de Planck, donde se cree que la descripción de la RG es inválida.

Es en este punto donde **se justifica** el estudio de las teorías de gravedad modificadas de Krasnov a un nivel cuántico, ya que el espacio fase cinemático junto con el álgebra de constricciones descrito anteriormente, es común a una clase de teorías mucho más generales que la RG. Así, si uno permite una clase más general de constricciones Hamiltonianas (escalares), la tecnología y todos los resultados de gravedad cuántica de lazos se extiende a una clase más amplia de teorías, algunas de éstas posiblemente mucho más cercanas a la descripción correcta de gravedad a la escala de Planck. La idea en este proyecto es verificar si las soluciones conocidas a las constricciones cuánticas de la RG son aún válidas para las teorías de gravedad modificadas de Krasnov, o deben éstas modificarse también de alguna manera. A nivel de la formulación de conexiones trataremos el estado de Chern-Simons. A nivel de la formulación de lazos veremos si el polinomio de Kauffman [18] es aún solución a dichas teorías modificadas.

## 5 Metas

Especifique cuántas de las siguientes metas se alcanzarán con el desarrollo del proyecto:

Meta	Número de metas
Tesis de licenciatura	1 (concluida)
Tesis de maestría	0
Tesis de doctorado	1 (en proceso)
Artículos científicos en revista indexada	0
Artículos científicos en revista arbitrada	1
Libros	0
Patentes	0
Artículos de divulgación	1
Memorias en extenso en congresos nacionales	0
Memorias en extenso en congresos internacionales	1
Seminario de investigación registrado en el Instituto	1
Capítulos de libros	0
Ponencias en eventos académicos	1
Otros (especifique)	0



**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA**  
**Instituto de Física y Matemáticas**  
**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN INTERNO 2021**

## 6 Metodología

La metodología consiste en lo siguiente. Estudiar y analizar:

1. La geometría diferencial necesaria para el estudio de la RG.
2. Las formulaciones Lagrangianas y Hamiltonianas de la RG.
3. La Representación de Lazos de las Teorías de Norma.
4. Las Soluciones Conocidas de Gravedad Cuántica (Estado de Chern-Simons y Polinomio de Kauffman).
5. Las Teorías de Gravedad Modificada de Krasnov.
6. Las Posibles Soluciones en Gravedad Cuántica Modificada.

## 7 Cronograma de actividades.

Conforme a las etapas que integran el desarrollo de su proyecto, enliste las actividades a realizar, considerando periodos semestrales:

Período	Actividad
Primer semestre	
Segundo semestre 2021	<ol style="list-style-type: none"><li>1.- Lectura de los artículos y libros mencionados en las Referencias.</li><li>2.- Reuniones con los participantes de este proyecto (Google Meet, WhatsApp).</li><li>3.- Continuar con redacción y envío de artículos a las revistas específicas.</li><li>4.- Redacción de Tesis (por parte del alumno).</li><li>5.- Participación en el congreso de la DGFM de la SMF y en Mexilazos (2021).</li></ol>
Primer semestre 2022	<ol style="list-style-type: none"><li>1.- Continuar reuniones con los participantes de este proyecto.</li><li>2.- Revisión de correcciones sobre los artículos mencionados en el párrafo anterior.</li><li>3.- Finalizar redacción de Tesis por parte del alumno (Junio 2022)</li></ol>
Segundo semestre 2022	<ol style="list-style-type: none"><li>1.- Continuar reuniones con los participantes de este proyecto.</li><li>2.- Publicación de los artículos mencionado en las metas.</li><li>3.- Defensa de Tesis (por parte del alumno)</li><li>4.- Participación en el congreso de la DGFM de la SMF y/o en Mexilazos (2022).</li></ol>

## 8 Vinculación e impacto en el estado de Oaxaca

Los usuarios potenciales directos de los resultados de esta investigación son alumnos de física teórica y matemáticas aplicadas de UTM. El trabajo se vincula con el trabajo de investigadores del CINVESTAV y la BUAP.

El impacto sobre el desarrollo del estado de Oaxaca es muy diverso. Desafortunadamente son pocas personas dedicadas a esta área de investigación en física teórica y desde luego que ya hacen falta más para formar personas en éstas (en este proyecto estamos formando un doctor en dicha área). En los últimos 3 años se han concedido 2 premios Nobel de física a investigadores en RG, ya que se esperan más aplicaciones tecnológicas (como los GPS). El premio Nobel de hace 3 años fue concedido a Kip Thorne por sus estudios sobre agujeros negros. El Nobel de 2020 fue concedido a Sir Roger Penrose (asesor del Dr. Gerardo Torres del Castillo) también por sus estudios sobre agujeros negros. Esto indica la necesidad de obtener una teoría cuántica de la



**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA**  
**Instituto de Física y Matemáticas**  
**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN INTERNO 2021**

gravedad completa y consistente. He ahí la relevancia de este proyecto en el estado de Oaxaca y en el país.

## 9 Infraestructura

El trabajo a desarrollarse cae dentro de la física teórica fundamental, por lo cual necesitamos a grandes rasgos solamente papel y lápiz, el laboratorio es el cerebro de cada uno de los participantes en este proyecto.

A lo más requerimos una computadora e impresora (y papel para imprimir) para la escritura de artículos y tesis. El uso de computadoras en métodos perturbativos es inadecuado para la gravedad canónica clásica y cuántica e su forma completa.

Como infraestructura de la UTM, sólo requerimos los cubículos de cada participante y los salones de clases.

## 10 Presupuesto solicitado

No aplica

## 11 Referencias

- [1] K. Krasnov, *Class. Quantum Grav.* **25**, 025001 (2008).
- [2] K. Krasnov, Renormalizable non-metric gravity? (Preprint hep-th/0611182) (2007).
- [3] K. Krasnov, *Phys. Rev. Lett.* **100** 081102 (2008).
- [4] R. Rosas-Rodríguez, *AIP Conf. Proc.* **1287**, 85 (2010).
- [5] A. Ashtekar, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2244 (1986).
- [6] A. Ashtekar, *Phys. Rev. D* **36**, 1587 (1987).
- [7] A. Ashtekar, *Lectures on Non Perturbative Canonical Gravity*, World Scientific, Singapore (1991).
- [8] R. Rosas-Rodríguez, *Int. J. Mod. Phys. A* **23**, 895 (2008).
- [9] R. M. Wald, *General Relativity*, The University of Chicago Press, Chicago (1984).
- [10] J. Baez and J. P. Muniainn, *Gauge Fields, Knots and Gravity*, World Scientific, Singapore (1994).
- [11] R. Gambini and J. Pullin, *Loops, Knots, Gauge Theories and Quantum Gravity*, Cambridge University Press, Cambridge (2000).
- [12] R. Rosas-Rodríguez, *J. Phys.: Conf. Series* **545**, 012013 (2014).
- [13] V. Jones, *Bull. Am. Math. Soc.* **129**, 103 (1985).
- [14] L. Smolin, *The Trouble with Physics*, Houghton Mifflin Company, Boston (2006).
- [15] R. Penrose, *The Road to Reality*, Jonathan Cape, London (2004).
- [16] C. Rovelli, L. Smolin, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1155 (1988).
- [17] C. Rovelli, L. Smolin, *Nucl. Phys. B* **331**, 80 (1990).
- [18] L. H. Kauffman, *Knots and Physics*, World Scientific, Singapore (1991).